



۱ تابع با ضابطه‌ی $y = x|x - 2|$ در یک بازه، نزولی است. ضابطه‌ی معکوس آن در این بازه، کدام است؟

۱ $f^{-1}(x) = 1 - \sqrt{1+x}; x < 0$ ۲ $f^{-1}(x) = 1 - \sqrt{1-x}; x < 1$

۳ $f^{-1}(x) = 1 + \sqrt{1-x}; 0 < x < 1$ ۴ $f^{-1}(x) = 1 - \sqrt{1-x}; 0 < x < 1$

۲ اگر به ازای هر عدد حقیقی داشته باشیم: $(f \circ g)^{-1}(2x - 4) = \frac{x}{2}$ و $g(x) = 2x^3 + 1$. آن گاه نمودار وارون تابع $f(x)$ ، محور y ها را با

چه عرضی قطع می‌کند؟

۱ ۲ ۳ ۴

۳ حدود m برای آن که تابع $f(x) = \begin{cases} 3x + 1 & ; x \leq 1 \\ mx + 5 & ; x > 1 \end{cases}$ یک به یک باشد، کدام است؟

۱ $m \geq -1$ ۲ $m > 0$ ۳ $m \leq -1$ ۴ $m < 0$

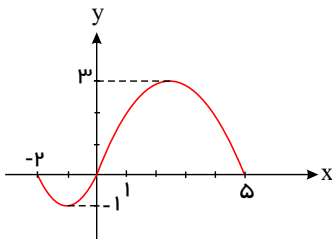
۴ اگر نمودار تابع $y = f(x + 2)$ به صورت زیر باشد، دامنه عبارت $\sqrt{xf(1 - \frac{x}{2})}$ به کدام صورت است؟

۱ $\{-12, 2\} \cup [-2, 0]$

۲ $[-12, -2] \cup [0, 2]$

۳ $\{-12\} \cup [-2, 2]$

۴ $[-6, -1] \cup [0, 1]$



۵ اگر $f(x) = \sqrt{4-x} + 2$ و نقاط A و B ابتدا و انتهای نمودار تابع $h(x) = (f \circ f^{-1})(x) + (f^{-1} \circ f)(x)$ باشند، طول پاره خط AB کدام است؟

۱ $\sqrt{5}$ ۲ $2\sqrt{5}$ ۳ $4\sqrt{5}$ ۴ $9\sqrt{5}$

۶ ضابطه‌ی معکوس $f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} \sqrt{|x|} & , x \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases}$ به کدام صورت است؟

۱ $f(x) = x\sqrt{|x|}; x \in \mathbb{R}$ ۲ $f^{-1}(x) = x\sqrt{|x|}; x \in \mathbb{R} - \{0\}$

۳ $f^{-1}(x) = x|x|; x \in \mathbb{R} - \{0\}$ ۴ $f^{-1}(x) = x|x|; x \in \mathbb{R}$

۷ اگر $f(x) = \log(\sqrt{x^2 + 1} + x)$ باشد، آن گاه حاصل $f^{-1}(x) + f^{-1}(-x)$ کدام است؟

۱ x ۲ $10^x - 10^{-x}$ ۳ صفر ۴ $x - 1$

۸ مساحت مثلث محصور بین نمودار توابع $f(x) = 2x - a$ و $f^{-1}(x)$ و محور x ها برابر ۲۷ است. نمودار تابع $f(x)$ محور طولها را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟ ($a > 0$)

۱ ۳ ۴ ۲

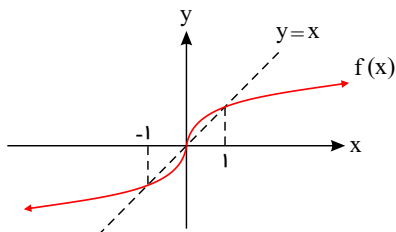
۹ اگر نقطه $A(3, -2)$ متعلق به تابع $y = f(x - 1) + 3$ باشد، نقطه متناظر آن در تابع $y = 2f(-\frac{x}{2}) + 1$ کدام است؟

۱ $A'(-4, -5)$ ۲ $A'(-4, -9)$ ۳ $A'(-6, -9)$ ۴ $A'(-6, -5)$



۱۰ اگر وارون تابع $f(x) = 3 - \log_{0.5}^{x+1}$ محور y ها را در نقطه‌ای به عرض a قطع کند، دامنه تابع $y = \sqrt{f(2x) + 8a}$ کدام است؟

- ۱ $[-\frac{15}{32}, +\infty)$ ۲ $(-\frac{1}{2}, -\frac{15}{32})$ ۳ $[\frac{15}{2}, +\infty)$ ۴ $(-\frac{1}{2}, \frac{15}{2}]$



۱۱ نمودار تابع $f(x)$ مطابق شکل زیر است. دامنه تابع $y = \sqrt{\frac{f(x) - f^{-1}(x)}{x^2 - 1}}$ کدام است؟

- ۱ $(0, 1)$ ۲ $(-\infty, 0] - \{-1\}$ ۳ $(-1, 0]$ ۴ $[0, +\infty) - \{1\}$

۱۲ در چه تعداد از موارد زیر تابع‌های f و g مساوی یکدیگر هستند؟

(الف)
$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} \\ g(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}} \end{cases}$$

(ب)
$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{1-x^2} \\ g(x) = \sqrt{1-x}\sqrt{1+x} \end{cases}$$

(ج)
$$\begin{cases} f(x) = -\sqrt{(1-x)^3} \\ g(x) = (x-1)\sqrt{1-x} \end{cases}$$

- ۱ ۴ ۲ ۳ ۳ ۲ ۱ ۴

۱۳ کدام یک از توابع زیر یک به یک است؟

- ۱ $y = x^2 + 2\sqrt{x}$ ۲ $y = x - x\sqrt{x}$ ۳ $y = x + \frac{1}{x}$ ۴ $y = 2x^2 - |x|$

۱۴ تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x^2}{|x|}(x-1)$ در یک بازه، نزولی است. ضابطه‌ی معکوس آن در این بازه کدام است؟

- ۱ $f^{-1}(x) = \frac{1}{2} - \sqrt{x + \frac{1}{4}}$ و $-\frac{1}{4} \leq x < 0$ ۲ $f^{-1}(x) = \frac{1}{2} + \sqrt{x + \frac{1}{4}}$ و $-\frac{1}{4} \leq x < 0$ ۳ $f^{-1}(x) = \frac{1}{2} - \sqrt{x + \frac{1}{4}}$ و $-\frac{1}{4} \leq x < 1$ ۴ $f^{-1}(x) = \frac{1}{2} + \sqrt{x + \frac{1}{4}}$ و $-\frac{1}{4} \leq x < 1$

۱۵ تابع $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 7$ مفروض است. تابع $g(x) = \sqrt[3]{x}$ با کدام یک از انتقال‌های زیر بر تابع f^{-1} منطبق می‌شود؟

- ۱ یک واحد به سمت چپ و ۲ واحد به سمت بالا ۲ یک واحد به سمت چپ و ۲ واحد به سمت پایین ۳ یک واحد به سمت راست و ۲ واحد به سمت بالا ۴ یک واحد به سمت راست و ۲ واحد به سمت پایین

۱۶ در کدام گزینه توابع f و g با هم مساوی‌اند؟

- ۱ $g(x) = \sqrt{x}\sqrt{x-3}$, $f(x) = \sqrt{x^2-3x}$ ۲ $g(x) = \sqrt{1-\sin^2 x}$, $f(x) = \cos x$ ۳ $g(x) = \sqrt{5x-x^2}$, $f(x) = \sqrt{x}\sqrt{5-x}$ ۴ $g(x) = \log_{\frac{x}{9}}$, $f(x) = \log_{\frac{x}{9}}$

۱۷ در بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع با ضابطه $f(x) = 2x + |2x + 1|$ وارون‌پذیر است، ضابطه‌ی وارون آن کدام است؟

- ۱ $f^{-1}(x) = \frac{x-1}{4}$; $x \geq -1$ ۲ $f^{-1}(x) = \frac{x-1}{2}$; $x \geq -\frac{1}{2}$ ۳ $f^{-1}(x) = 4x + 1$; $x \geq -1$ ۴ $f^{-1}(x) = 4x + 1$; $x \geq -\frac{1}{2}$



۱۸) توابع $f(x) = ax - \sqrt{4x^2 - 2}$ و $g(x) = \frac{x^2 + b}{4x}$ وارون یکدیگرند. مقدار $(fg)(1)$ کدام است؟

- ۱) $\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{2}}{4}$ ۲) $\frac{3}{4} - \frac{3\sqrt{2}}{4}$ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) $\frac{3}{4}$

۱۹) اگر $f(x) = \frac{1+x^2}{1-x^2}$ و $g(x) = \sqrt{x-x^2}$ باشند. دامنه‌ی تعریف تابع gof کدام است؟

- ۱) $[0, 1)$ ۲) $\{0\}$ ۳) $(-1, 1)$ ۴) $\mathbb{R} - \{1, -1\}$

۲۰) اگر $f(x + \frac{1}{x}) = x^3 + \frac{1}{x^3}$ باشد $f(\sqrt{5})$ کدام است؟

- ۱) $\sqrt{5}$ ۲) $3\sqrt{5}$ ۳) $2\sqrt{5}$ ۴) $4\sqrt{5}$

۲۱) اگر f تابعی اکیداً صعودی و $f(1) = 0$ باشد، دامنه‌ی تابع $g(x) = \sqrt{\frac{x-4}{f(3-x)}}$ شامل چند عدد صحیح است؟

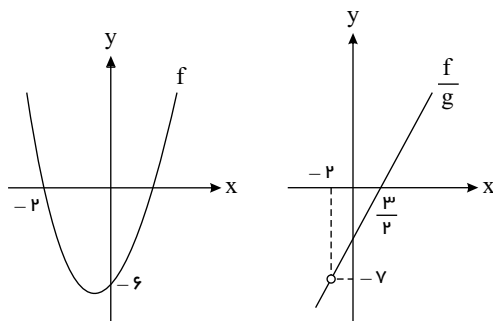
- ۱) صفر ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) بی‌شمار

۲۲) اگر $f(\frac{x^2}{2+x^4}) = \frac{x^4}{4+x^8}$ باشد در این صورت $f(\sqrt{7})$ کدام است؟

- ۱) $\frac{7}{27}$ ۲) $\frac{-7}{27}$ ۳) $\frac{5}{27}$ ۴) $\frac{-5}{27}$

۲۳) اگر $f(x) = x^2 + 4x$ و $f(g(x)) = x^2 - 2x - 3$ باشند و $g(x)$ اکیداً صعودی باشد، مساحت محصور بین نمودار تابع $g(x)$ و محورهای مختصات در ناحیه‌ی چهارم کدام است؟

- ۱) $1/5$ ۲) $2/5$ ۳) $3/5$ ۴) $4/5$



۲۴) نمودار سهمی f و تابع خطی $\frac{f}{g}$ ، به شکل زیر هستند. $g(\frac{3}{2})$ کدام است؟

- ۱) $\frac{7}{4}$ ۲) $\frac{7}{2}$ ۳) $\frac{5}{4}$ ۴) $\frac{5}{2}$

۲۵) اگر تابع f روی $\mathbb{R}$ اکیداً نزولی باشد، در کدام بازه نمودار $f(x^3)$ پایین‌تر از نمودار $f(2-x^2)$ قرار می‌گیرد؟

- ۱) $(1, +\infty)$ ۲) $(-\infty, -1)$ ۳) $[1, +\infty)$ ۴) $(-\infty, -1]$

۲۶) در کدام بازه‌ها، تابع $f(x) = \begin{cases} 2(x+3)^3 & ; x < -3 \\ -x^2 - 3x & ; -3 \leq x < 0 \\ \sqrt{x} & ; x \geq 0 \end{cases}$ ، به ترتیب از راست به چپ صعودی و نزولی است؟

- ۱) $(-2, -1), (-1, +\infty)$ ۲) $(-1, 1), (-3, -2)$ ۳) $[-1, 0], [-4, -2]$ ۴) $[-\frac{3}{2}, -1], [-2, -1]$

۲۷) هرگاه بدانیم $f(4x^2 - 4x + 1) = 2x - 2\sqrt{2}$ و $x \geq \frac{1}{2}$ ، مقدار $f(8)$ کدام خواهد بود؟

- ۱) $2\sqrt{2}$ ۲) $2\sqrt{2} - 1$ ۳) $1 - 2\sqrt{2}$ ۴) ۱

۲۸) از رابطه $f(x - \frac{1}{x}) = x^3 - \frac{1}{x^3}$ ضابطه‌ی تابع f کدام است؟

- ۱) $f(x) = x^3 - 3x$ ۲) $f(x) = x^3$ ۳) $f(x) = x^3 + 3$ ۴) $f(x) = x^3 + 3x$



۲۹) برای تابع خطی f رابطه $f\left(\frac{2}{x}\right) + f(x) = \frac{-2x^2 + 8x - 4}{3x}$ برقرار است. مقدار $f\left(\frac{-1}{3}\right)$ کدام است؟

۴) $\frac{4}{3}$

۳) ۲

۲) $\frac{5}{3}$

۱) ۱

۳۰) حدود m کدام باشد تا تابع $f = \{(5, 6), (3, m^2 - m), (-4, 2), (4, m^2 - m)\}$ یک تابع صعودی باشد؟

۴) $[-2, 1] \cup [2, 3]$

۳) $[-2, 3] - [-1, 2]$

۲) $[-2, 3] - (-1, 2)$

۱) $(-2, 1) \cup (2, 3)$

پاسخنامه تشریحی

ابتدا با تعیین علامت، قدرمطلق را بر می داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$y = \begin{cases} x^2 - 2x & x \geq 2 \\ -x^2 + 2x & x < 2 \end{cases}$$

برای تشخیص نزولی بودن از تابع مشتق گرفته کوچک تر از صفر قرار می دهیم.

$$\begin{aligned} x \geq 2: y = x^2 - 2x \rightarrow y' = 2x - 2 < 0 \rightarrow 2x < 2 \rightarrow x < 1 & \xrightarrow{\text{اشتراک با شرط}} \emptyset \\ x < 2: y = -x^2 + 2x \rightarrow y' = -2x + 2 < 0 \rightarrow -2x < -2 \rightarrow x > 1 & \xrightarrow{\text{اشتراک با شرط}} 1 < x < 2 \end{aligned}$$

پس تابع در $(1, 2)$ نزولی است حال ضابطه‌ی معکوس را پیدا می کنیم.

$$\begin{aligned} y = -x^2 + 2x \rightarrow y = -(x^2 - 2x) \rightarrow y = -((x-1)^2 - 1) \rightarrow y = -(x-1)^2 + 1 \\ \rightarrow (x-1)^2 = 1-y \rightarrow x-1 = \pm \sqrt{1-y} \xrightarrow{1 < x < 2} x-1 = \sqrt{1-y} \rightarrow x = 1 + \sqrt{1-y} \\ \rightarrow f^{-1}(x) = 1 + \sqrt{1-x} \end{aligned}$$

روش دوم:

متوجه شدیم که تابع، $y = -x^2 + 2x$ ($1 < x < 2$) است یک عدد دلخواه مثلاً $x = \frac{3}{2}$ در تابع قرار می دهیم.

$$x = \frac{3}{2} \rightarrow y = \frac{3}{4} \rightarrow \left| \frac{3}{4} \right| \in f \rightarrow \left| \frac{3}{4} \right| \in f^{-1} \rightarrow \text{فقط در گزینه‌ی سوم صدق می کند.}$$

می دانیم که $(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$ است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$(f \circ g)^{-1}(2x - 4) = \frac{x}{2} \rightarrow (g^{-1} \circ f^{-1})(2x - 4) = \frac{x}{2} \rightarrow g^{-1}(f^{-1}(2x - 4)) = \frac{x}{2} \quad *$$

محل برخورد نمودار وارون تابع $f(x)$ با محور y ها همان $f^{-1}(0)$ است بنابراین در رابطه $*$ را x را ۲ قرار می دهیم تا $f^{-1}(0)$ درست شود.

$$x = 2 \xrightarrow{*} g^{-1}(f^{-1}(0)) = 1 \rightarrow g(1) = f^{-1}(0) \rightarrow 2(1)^2 + 1 = f^{-1}(0) \rightarrow f^{-1}(0) = 3$$

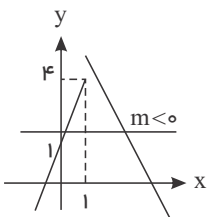
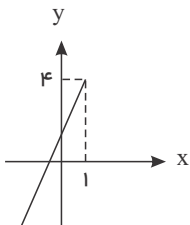
۱ ۲ ۳ ۴ ۵

نمودار قسمت اول تابع ($x \leq 1$) به صورت روبه رو است. با توجه به این که قسمت دوم تابع نیز به صورت یک خط راست با شیب m می باشد، واضح است که m

نباید منفی شود، زیرا اگر m منفی باشد، حالتی مانند نمودار دوم رخ می دهد که در این صورت می توان خطی موازی محور x ها یافت که نمودار تابع را در دو نقطه

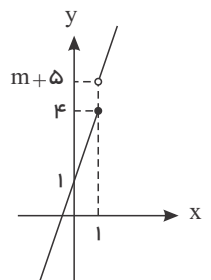
قطع کند. (رد گزینه های «۱»، «۳» و «۴»)

همچنین m نباید برابر با صفر شود زیرا در این صورت تابع ثابت خواهد شد و یک به یک نمی شود.

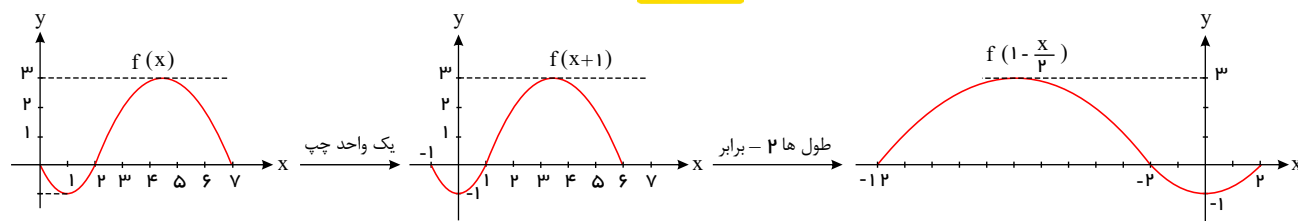


با شرط $m > 0$ ، نمودار تابع به صورت زیر می شود. برای آن که این نمودار مربوط به یک تابع یک به یک باشد، باید شرط $m + 5 \geq 4$ برقرار باشد که در نتیجه:

$$\begin{cases} m + 5 \geq 4 \Rightarrow m > -1 \\ m > 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} m > 0$$



نمودار $f(x+2)$ را دو واحد به راست منتقل می کنیم تا نمودار $f(x)$ حاصل شود. ۱ ۲ ۳ ۴ ۵



برای تعیین دامنه $\sqrt{x f(1 - \frac{x}{2})}$ باید نامعادله زیر را حل کنیم.

$$x f(1 - \frac{x}{2}) \geq 0$$

x	-12	-2	0	2
x		$-$	$-$	$+$
$f(1 - \frac{x}{2})$	0	$+$	0	$-$
$x f(1 - \frac{x}{2})$	0	$-$	0	$-$

$\rightarrow D_f = [-2, 0] \cup \{-12, 2\}$

می‌دانیم ترکیب هر تابع وارون‌پذیر با تابع وارونش، تابع همانی است و داریم: 1 2 3 4 5

$$(f^{-1} \circ f)(x) = x, x \in D_f, \quad (f \circ f^{-1})(x) = x, x \in R_f$$

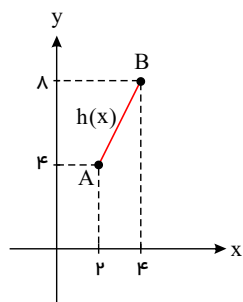
ابتدا دامنه و برد تابع را می‌یابیم.

$$f(x) = \sqrt{4-x} + 2, 4-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 4 \Rightarrow D_f = (-\infty, 4]$$

$$\sqrt{4-x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{4-x} + 2 \geq 2 \Rightarrow f(x) \geq 2 \Rightarrow R_f = [2, +\infty)$$

$$h(x) = (f \circ f^{-1})(x) + (f^{-1} \circ f)(x) \Rightarrow D_h = D_{f \circ f^{-1}} \cap D_{f^{-1} \circ f} = D_{f^{-1}} \cap D_f = R_f \cap D_f = [2, 4]$$

$$\Rightarrow h(x) = x + x = 2x, x \in [2, 4]$$



$$\Rightarrow AB = \sqrt{(4-2)^2 + (8-4)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

1 2 3 4 6

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} \sqrt{|x|}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases} = \begin{cases} \sqrt{x} & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -\sqrt{-x} & x < 0 \end{cases}$$

$$y = \sqrt{x} \rightarrow x = y^2 \rightarrow f^{-1}(x) = x^2, \quad \underbrace{x > 0}_{y_1 = \sqrt{x} \text{ برد}}$$

$$y = -\sqrt{-x} \rightarrow -x = y^2 \rightarrow x = -y^2 \rightarrow f^{-1}(x) = -x^2, \quad \underbrace{x < 0}_{y_2 = -\sqrt{-x} \text{ برد}}$$

$$\rightarrow f^{-1}(x) = \begin{cases} x^2, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -x^2, & x < 0 \end{cases} \rightarrow f^{-1}(x) = x|x|, x \in \mathbb{R}$$

$$\log_b^a = k \rightarrow a = b^k \quad \text{می‌دانیم:} \quad 1 2 3 4 7$$

برای بدست آوردن ضابطه‌ی معکوس یک تابع، ابتدا x را بر حسب y بدست می‌آوریم و سپس جای x و y را با هم عوض می‌کنیم:

$$y = \log(\sqrt{x^2+1} + x) \rightarrow 10^y = \sqrt{x^2+1} + x \rightarrow 10^y - x = \sqrt{x^2+1}$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} (10^y - x)^2 = (\sqrt{x^2+1})^2 \rightarrow 10^{2y} + x^2 - 2x \times 10^y = x^2 + 1 \rightarrow 10^{2y} - 1 = 2x \times 10^y$$



$$\rightarrow x = \frac{10^{2y} - 1}{2 \times 10^y} = \frac{10^{2y}}{2 \times 10^y} - \frac{1}{2 \times 10^y} \rightarrow x = \frac{10^y}{2} - \frac{10^{-y}}{2}$$

$$\rightarrow f^{-1}(x) = \frac{10^x - 10^{-x}}{2}, f^{-1}(-x) = \frac{10^{-x} - 10^x}{2}$$

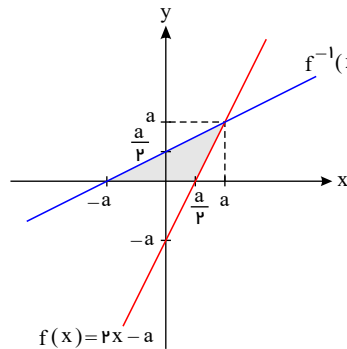
پس $f^{-1}(x) + f^{-1}(-x) = 0$ است.

ابتدا ضابطه f^{-1} را می‌یابیم. ۱ ۲ ۳ ۴ ۸

$$f(x) = 2x - a \rightarrow y = 2x - a \rightarrow 2x = y + a \rightarrow x = \frac{y+a}{2} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+a}{2}$$

اکنون نقطه تلاقی دو تابع f و f^{-1} را می‌یابیم.

$$f(x) = f^{-1}(x) \rightarrow 2x - a = \frac{x+a}{2} \rightarrow 4x - 2a = x + a \rightarrow 3x = 3a \rightarrow x = a \rightarrow y = a \rightarrow A \left| \begin{matrix} a \\ a \end{matrix} \right.$$



$$\rightarrow S = \frac{a \times \frac{3a}{2}}{2} = 27 \rightarrow \frac{3a^2}{4} = 27$$

$$\rightarrow 3a^2 = 108 \rightarrow a^2 = 36 \xrightarrow{a>0} a = 6$$

$$\rightarrow f(x) = 2x - 6 \xrightarrow{y=0} 2x - 6 = 0 \rightarrow x = 3$$

نقطه $A(3, -2)$ متعلق به تابع $y = f(x-1) + 3$ است یعنی $x = 3$ و $y = -2$ در این تابع صدق می‌کند پس: ۱ ۲ ۳ ۴ ۹

$$-2 = f(3-1) + 3 \Rightarrow f(2) = -5 \Rightarrow (2, -5) \in f$$

اکنون باید طول نقاط را -2 برابر کرد و سپس عرض نقاط را 2 برابر کرد و در نهایت شکل را یک واحد به بالا منتقل نمود.

$$\left| \begin{matrix} 2 \\ -5 \end{matrix} \right| \xrightarrow{\text{طول نقاط } 2 \text{ برابر}} \left| \begin{matrix} -4 \\ -5 \end{matrix} \right| \xrightarrow{\text{عرض نقاط } 2 \text{ برابر}} \left| \begin{matrix} -4 \\ -10 \end{matrix} \right| \xrightarrow{\text{یک واحد به بالا}} \left| \begin{matrix} -4 \\ -9 \end{matrix} \right|$$

می‌دانیم اگر $(a, b) \in f$ باشد آنگاه $(b, a) \in f^{-1}$ است. طبق فرض f^{-1} از نقطه $\left| \begin{matrix} 0 \\ a \end{matrix} \right|$ می‌گذرد بنابراین ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

تابع f از نقطه $\left| \begin{matrix} a \\ 0 \end{matrix} \right|$ می‌گذرد.

$$f(a) = 0 \Rightarrow 3 - \log_{0.5}^{a+1} = 0 \rightarrow \log_{0.5}^{a+1} = 3 \xrightarrow{\log_b^a = c \rightarrow b^c = a} a + 1 = (0.5)^3 \rightarrow a + 1 = \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$\rightarrow a + 1 = \frac{1}{8} \rightarrow a = -\frac{7}{8}$$

$$\text{پس: } y = \sqrt{3 - \log_{0.5}^{2x+1} + 8\left(\frac{-7}{8}\right)} \rightarrow y = \sqrt{-4 - \log_{0.5}^{2x+1}}$$

برای پیدا کردن دامنه تعریف باید جلوی لگاریتم بزرگتر از صفر باشد و زیر رادیکال بزرگتر مساوی صفر باشد.

$$2x + 1 > 0 \rightarrow 2x > -1 \rightarrow x > -\frac{1}{2} \quad (I)$$

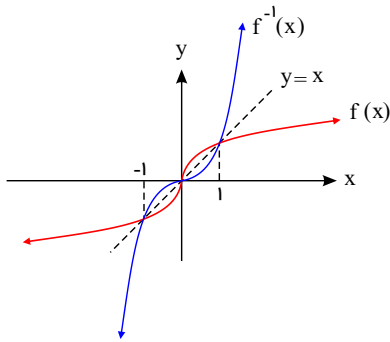
$$-4 - \log_{0.5}^{2x+1} \geq 0 \rightarrow \log_{0.5}^{2x+1} \leq -4 \xrightarrow{0 < b < 1, \log_b^a \leq m \rightarrow a \geq b^m} 2x + 1 \geq (0.5)^{-4}$$

$$2x + 1 \geq (0.5)^{-4} \rightarrow 2x + 1 \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} \rightarrow 2x + 1 \geq 2^4 \rightarrow 2x \geq 15 \rightarrow x \geq \frac{15}{2} \quad (II)$$

از اشتراک جواب‌های (I) و (II) به جواب $x \geq \frac{15}{2}$ می‌رسیم.



۱۱ ابتدا نمودار f^{-1} را رسم می‌کنیم و نمودار را در چهار بازه زیر بررسی می‌کنیم:
می‌دانیم که زیر رادیکال همواره باید نامنفی باشد.



	$x = -1$	$x = 0$	$x = 1$	
بازه رابطه	$(-\infty, -1)$	$(-1, 0)$	$(0, 1)$	$(1, +\infty)$
$f(x) - f^{-1}(x)$	+	-	+	-
$x^2 - 1$	+	-	-	+
$\frac{f(x) - f^{-1}(x)}{x^2 - 1}$	+	+	-	-
	تعریف نشده	تعریف نشده		

بنابراین دامنه تابع $y = \sqrt{\frac{f(x) - f^{-1}(x)}{x^2 - 1}}$ به صورت $y \in (-\infty, 0] - \{-1\}$ است.

۱۲

دو تابع در صورتی مساویند که اولاً دامنه‌هایشان برابر باشند و ثانیاً به ازای دامنه‌های برابر، ضابطه‌ها نیز مساوی شوند.

$$\text{الف) } \begin{cases} D_f : x < -1 \cup x \geq 1 \\ D_g : \begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ x + 1 > 0 \end{cases} \Rightarrow x \geq 1 \end{cases} \Rightarrow D_f \neq D_g$$

$$\text{ب) } \begin{cases} D_f : 1 - x^2 \geq 0 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1 \\ D_g : \begin{cases} 1 - x \geq 0 \\ 1 + x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow -1 \leq x \leq 1 \end{cases} \Rightarrow D_f = D_g$$

$$f(x) = \sqrt{(1+x)(1-x)} = \sqrt{(1+x)}\sqrt{(1-x)} = g(x) \Rightarrow f(x) = g(x)$$

$$\text{ج) } \begin{cases} D_f : (1-x)^2 \geq 0 \Rightarrow x \leq 1 \\ D_g : 1-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 1 \end{cases} \Rightarrow D_f = D_g$$

$$f(x) = -\sqrt{(1-x)^2(1-x)} = -|1-x|\sqrt{1-x}$$

$$x \leq 1 \Rightarrow f(x) = -(1-x)\sqrt{1-x} = (x-1)\sqrt{1-x} = g(x) \Rightarrow f = g$$

$$\text{د) } \begin{cases} D_f : x \geq 0 \\ D_g : x \geq 0, x \neq 1 \end{cases} \Rightarrow D_f \neq D_g \Rightarrow f \neq g$$

۱۳ بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: تابع $y = 2\sqrt{x}$ با شرط $x \geq 0$ اکیداً صعودی است و $y = x^2$ هم با شرط $x \geq 0$ اکیداً صعودی است و مجموع دو تابع اکیداً صعودی، اکیداً صعودی و در نتیجه یک‌به‌یک است.

گزینه ۲: در تابع داده شده به جای y ، صفر می‌گذاریم:

$$x - x\sqrt{x} = 0 \rightarrow x(1 - \sqrt{x}) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases} \rightarrow \text{یک به یک نمی‌باشد.}$$

گزینه ۳: در تابع داده شده به جای y ، عدد ۳ را می‌گذاریم.

$$x + \frac{1}{x} = 3 \xrightarrow{\times x} x^2 + 1 = 3x \rightarrow x^2 - 3x + 1 = 0 \rightarrow \Delta > 0$$

به ازای دو مقدار x ، مقدار تابع برابر ۳ می‌شود بنابراین یک‌به‌یک نیست.

گزینه ۴: در تابع داده شده به جای y ، صفر می‌گذاریم.

$$2x^2 - |x| = 0 \rightarrow 2|x|^2 - |x| = 0 \rightarrow |x|(2|x| - 1) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} |x| = 0 \rightarrow x = 0 \\ |x| = \frac{1}{2} \rightarrow x = \pm \frac{1}{2} \end{cases}$$

به ازای سه مقدار x ، مقدار تابع برابر صفر می‌شود بنابراین یک‌به‌یک نیست.

۱۴

$$x > 0 \rightarrow f(x) = \frac{x^2}{x}(x-1) = x^2 - x \xrightarrow[\text{برای نزولی بودن باید}]{\text{اشتراک با شرط } y' \leq 0} 2x - 1 \leq 0$$

$$\rightarrow x \leq \frac{1}{2}$$



$$x < 0 \rightarrow f(x) = \frac{x^2}{-x}(x-1) = -x^2 + x \xrightarrow[\text{برای نزولی بودن باید } y' \leq 0]{\text{اشتراک با شرط}} -2x + 1 \leq 0$$

$$\rightarrow x \geq \frac{1}{2} \rightarrow \emptyset$$

بنابراین تابع $y = x^2 - x$ در بازه $(0, \frac{1}{2}]$ نزولی است. برای یافتن ضابطه‌ی معکوس یک تابع کافی است x را بر حسب y بدست آوریم و سپس y را به x و x را به y تبدیل کنیم.

$$y = x^2 - x \rightarrow y = (x - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} \rightarrow (x - \frac{1}{2})^2 = y + \frac{1}{4} \rightarrow x - \frac{1}{2} = \pm \sqrt{y + \frac{1}{4}}$$

$$\xrightarrow{0 < x \leq \frac{1}{2}} x - \frac{1}{2} = -\sqrt{y + \frac{1}{4}} \rightarrow x = \frac{1}{2} - \sqrt{y + \frac{1}{4}} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{2} - \sqrt{x + \frac{1}{4}}$$

توجه کنید دامنه‌ی تابع معکوس برابر برد تابع اصلی است.

$$0 < x \leq \frac{1}{2} \rightarrow \frac{-1}{2} < x - \frac{1}{2} \leq 0 \xrightarrow{\text{توان ۲}} 0 \leq (x - \frac{1}{2})^2 < \frac{1}{4} \rightarrow \frac{-1}{4} \leq (x - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} < 0$$

$$\rightarrow \frac{-1}{4} \leq y < 0 \rightarrow R_f = D_{f^{-1}} = [\frac{-1}{4}, 0)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 7 = x^3 - 6x^2 + 12x - 8 + 1 = (x-2)^3 + 1$$

برای یافتن f^{-1} باید x را بر حسب y حل کنیم.

$$(x-2)^3 + 1 = y \Rightarrow (x-2)^3 = y-1 \Rightarrow x-2 = \sqrt[3]{y-1} \Rightarrow x = 2 + \sqrt[3]{y-1}$$

$$y = f^{-1}(x) = 2 + \sqrt[3]{x-1}$$

$$g(x) = \sqrt[3]{x} \xrightarrow{x \rightarrow x-1} y = \sqrt[3]{x-1} \rightarrow f^{-1}(x) = 2 + \sqrt[3]{x-1}$$

برای رسم f^{-1} باید نمودار $g(x) = \sqrt[3]{x}$ را یک واحد به راست و دو واحد به بالا منتقل کنیم.

۱۶ ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶
ضابطه‌های دو تابع بعد از ساده کردن یکی شوند.

در حقیقت اگر توابع f, g را به صورت زوج‌های مرتب در نظر بگیریم، $f = g$ زمانی اتفاق می‌افتد که هم مؤلفه‌های اول دو تابع برابر باشند (که یعنی $D_f = D_g$) و هم مؤلفه‌های دومشان (که یعنی $f(x) = g(x)$) در بین گزینه‌های داده شده تنها توابع موجود در گزینه ۳ با هم برابرند. زیرا اولاً: $D_f = D_g = [0, 5]$ و ثانیاً: برای تمام‌های $D_f = D_g$ ، $f(x) = g(x)$ برقرار است. در حالی که در گزینه اول شرط $D_f = D_g$ برقرار نبوده ($D_g: x \geq 3, D_f: x \leq 0$ یا $x \geq 3$)، در گزینه دوم شرط $f(x) = g(x)$ برقرار نیست ($D_g = (0, +\infty), D_f = \mathbb{R} - \{0\}$) و در گزینه آخر نیز دامنه‌ها یکی نیست.

۱۷ ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷
ابتدا عبارت داخل قدر مطلق را تعیین علامت می‌کنیم:

$$x \geq -\frac{1}{2} : y = 2x + 2x + 1 \rightarrow y = 4x + 1$$

$$x < -\frac{1}{2} : y = 2x - 2x - 1 \rightarrow y = -1$$

تابع ثابت است که یک به یک نمی‌باشد.

بنابراین بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع در آن وارون‌پذیر است $x \geq -\frac{1}{2}$ است. برای پیدا کردن ضابطه‌ی وارون، x را بر حسب y بدست می‌آوریم و سپس y را به x و x را به y تبدیل می‌کنیم.

$$y = 4x + 1 \rightarrow 4x = y - 1 \rightarrow x = \frac{y-1}{4} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x-1}{4}$$

توجه کنید که دامنه‌ی تابع معکوس برابر برد تابع اصلی است.

$$x \geq -\frac{1}{2} \xrightarrow{\times 4} 4x \geq -2 \rightarrow 4x + 1 \geq -1 \rightarrow y \geq -1 \rightarrow R_f = D_{f^{-1}} = [-1, +\infty)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸

وارون تابع g را پیدا کرده و آن را f می‌نامیم.

$$y = \frac{x^2 + b}{4x} \rightarrow x^2 + b = 4yx \rightarrow x^2 - 4yx + b = 0$$

$$\xrightarrow{x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}} x = \frac{4y \pm \sqrt{16y^2 - 4b}}{2} = \frac{4y \pm 2\sqrt{4y^2 - b}}{2} = 2y \pm \sqrt{4y^2 - b}$$

$$\rightarrow g^{-1}(x) = 2x \pm \sqrt{4x^2 - b} \xrightarrow{\text{با توجه به صورت سوال}} g^{-1}(x) = f(x) = 2x - \sqrt{4x^2 - b}$$



$$\rightarrow a=2, b=2 \rightarrow \begin{cases} f(x) = 2x - \sqrt{4x^2 - 2} \\ g(x) = \frac{x^2 + 2}{4x} \end{cases}$$

پس $(f \cdot g)(1) = f(1) \cdot g(1) = (2 - \sqrt{2})\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{2}}{4}$

ابتدا دامنه‌ی تعریف دو تابع f, g را بدست می‌آوریم. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹

$$f(x) = \frac{1+x^2}{1-x^2} \rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$$

$$g(x) = \sqrt{x-x^2} \rightarrow D_g : x-x^2 \geq 0 \rightarrow x(1-x) \geq 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} 0 \leq x \leq 1$$

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f, f(x) \in D_g\} = \underbrace{\{x \neq 1, x \neq -1\}}_I, 0 \leq \frac{1+x^2}{1-x^2} \leq 1$$

$$\frac{1+x^2}{1-x^2} \geq 0 \rightarrow 1-x^2 > 0 \rightarrow x^2 < 1 \rightarrow -1 < x < 1 \quad (II)$$

$$\frac{1+x^2}{1-x^2} \leq 1 \rightarrow \frac{1+x^2}{1-x^2} - 1 \leq 0 \rightarrow \frac{1+x^2-1+x^2}{1-x^2} \leq 0 \rightarrow \frac{2x^2}{1-x^2} \leq 0$$

$$\rightarrow \begin{array}{c|ccccccc} x & -\infty & -1 & 0 & 1 & +\infty \\ \hline \text{عبارت} & \leq 0 & - & + & 0 & + & - \end{array}$$

$$\rightarrow x < -1 \text{ یا } x > 1 \text{ یا } x = 0 \quad (III)$$

از اشتراک I و II و III به جواب $x = 0$ می‌رسیم.

$$a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b) \quad \text{می‌دانیم: } 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 20$$

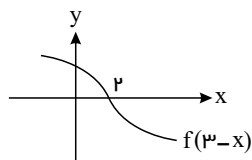
$$f\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^3 + \frac{1}{x^3} \rightarrow f\left(x + \frac{1}{x}\right) = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3x\left(\frac{1}{x}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$\rightarrow f\left(x + \frac{1}{x}\right) = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$\xrightarrow{x + \frac{1}{x} = t} f(t) = t^3 - 3t \rightarrow f(\sqrt{5}) = (\sqrt{5})^3 - 3\sqrt{5} = 5\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

f اکیداً صعودی و $y = 3 - x$ اکیداً نزولی است، پس ترکیب آن‌ها یعنی $f(3-x)$ اکیداً نزولی است. چون $f(1) = 0$ است، $x = 1$ صفر تابع $f(x)$ و $x = 2$ صفر تابع $f(3-x)$ است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱

پس به طور نمادین تابع $f(3-x)$ به صورت مقابل است.



$$g(x) = \sqrt{\frac{x-4}{f(3-x)}} \Rightarrow \frac{x-4}{f(3-x)} \geq 0 \Rightarrow \begin{array}{c|ccccc} x & -\infty & 2 & 4 & +\infty \\ \hline x-4 & - & - & 0 & + \\ \hline f(3-x) & + & 0 & - & - \\ \hline \frac{x-4}{f(3-x)} & - & \text{ن} & + & 0 & - \end{array}$$

۲ و ۴: اعداد صحیح $2 < x \leq 4 \Rightarrow$

$$\frac{x^2}{2+x^2} = t \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{x^2+2}{x^2} = \frac{1}{t} \rightarrow x^2 + \frac{2}{x^2} = \frac{1}{t}$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} x^4 + \frac{4}{x^4} + 2(x^2)\left(\frac{2}{x^2}\right) = \frac{1}{t^2} \rightarrow x^4 + \frac{4}{x^4} + 4 = \frac{1}{t^2}$$

$$\rightarrow \frac{x^4+4}{x^4} = \frac{1}{t^2} - 4 \rightarrow \frac{x^4+4}{x^4} = \frac{1-4t^2}{t^2} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{x^4}{x^4+4} = \frac{t^2}{1-4t^2}$$

پس $f(t) = \frac{t^2}{1-4t^2} \rightarrow f(\sqrt{7}) = \frac{7}{1-28} = \frac{-7}{27}$

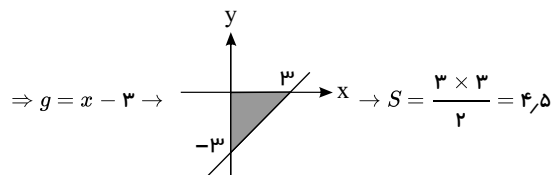


۲۳) برای بدست آوردن ضابطه تابع g ، باید در تابع f به جای x ها g بگذاریم:

$$g^2 + 4g = x^2 - 2x - 3 \xrightarrow{\text{طرفین} +4} g^2 + 4g + 4 = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow (g+2)^2 = (x-1)^2$$

$$\Rightarrow |g+2| = |x-1| \Rightarrow g+2 = \pm(x-1)$$

از طرفین جذر می گیریم:



$$\Rightarrow g = -x - 1 \text{ (غ ق ق) (اکیذا نزولی است)}$$

۲۴) ریشه های تابع $\frac{f}{g}$ همان ریشه های تابع f هستند. مگر آنکه ریشه f ریشه g نیز باشد زیرا: $\frac{f}{g} = 0 \rightarrow f = 0, g \neq 0$.

با توجه به نمودارهای داده شده نتیجه می گیریم که اولاً یک ریشه f برابر $\frac{3}{2}$ است. (ریشه $\frac{3}{2}$ است) ثانیاً $x = -2$ ریشه g می باشد زیرا طول نقطه تعریف نشده تابع $\frac{f}{g}$ است بنابراین برای

بدست آوردن ضابطه $\frac{f}{g}$ باید معادله خطی را بنویسیم که از دو نقطه $A \left(\frac{3}{2}, 0 \right)$ و $B \left(-2, -\frac{3}{2} \right)$ می گذرد. (با شرط $x \neq -2$)

$$AB: \frac{y - y_A}{x - x_A} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$$

$$\rightarrow \frac{y}{x - \frac{3}{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{-\frac{7}{2}} = -\frac{3}{7} \rightarrow y = -\frac{3}{7}x + \frac{9}{14} \rightarrow \left(\frac{f}{g}\right)(x) = -\frac{3}{7}x + \frac{9}{14}, x \neq -2$$

برای نوشتن معادله سهمی f که محور طولها را در -2 و $\frac{3}{2}$ قطع کرده است داریم:

$$f(x) = a(x - x')(x - x'') \rightarrow f(x) = a(x + 2)\left(x - \frac{3}{2}\right) \xrightarrow{f(0) = -6} -6 = a(2)\left(-\frac{3}{2}\right) \rightarrow -3a = -6 \rightarrow a = 2 \rightarrow f(x) = 2(x + 2)\left(x - \frac{3}{2}\right)$$

$$\text{پس: } \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{2(x + 2)\left(x - \frac{3}{2}\right)}{g(x)} = \frac{(x + 2)(2x - 3)}{g(x)} = 2x - 3 \rightarrow g(x) = x + 2 \rightarrow g\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{3}{2} + 2 = \frac{7}{2}$$

۲۵) نمودار $f(x^3)$ پایین تر از نمودار $f(2 - x^2)$ قرار می گیرد یعنی $f(x^3) < f(2 - x^2)$ و با توجه به این که f اکیداً نزولی است، داریم:

$$f(x^3) < f(2 - x^2) \xrightarrow{\text{اکیداً نزولی}} x^3 > 2 - x^2 \Rightarrow x^3 + x^2 - 2 > 0 \Rightarrow x^3 - 1 + x^2 - 1 > 0$$

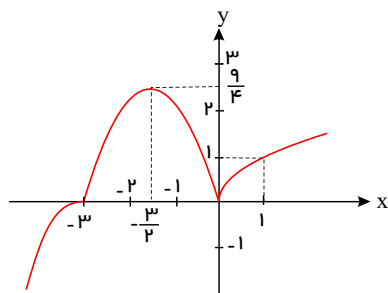
$$\Rightarrow (x - 1)(x^2 + x + 1) + (x - 1)(x + 1) > 0 \Rightarrow (x - 1)(x^2 + x + 1 + x + 1) > 0$$

$$\Rightarrow (x - 1)(x^2 + 2x + 2) > 0 \quad (1)$$

$$x^2 + 2x + 2 = 0 \Rightarrow \Delta = 4 - 8 = -4 < 0 \text{ و } x^2 > 0 \text{ ضرب مثبت است.} \Rightarrow x^2 + 2x + 2 > 0$$

$$(1) \Rightarrow x - 1 > 0 \Rightarrow x > 1$$

۲۶) نمودار تابع f را رسم می کنیم، توجه کنید سهمی $y = -x^2 - 3x$ دارای رأس به مختصات $S \left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a} \right) = \left(-\frac{3}{2}, \frac{9}{4} \right)$ است که محور طولها را در 0 و -3 قطع می کند.





تابع در بازه $(-\infty, -\frac{3}{2}]$ صعودی، در بازه $[-\frac{3}{2}, 0]$ نزولی و در بازه $[0, +\infty)$ صعودی است.

$$[-4, -2] \subset (-\infty, -\frac{3}{2}] \Rightarrow [-4, -2] \Rightarrow \text{صعودی}$$

$$[-1, 0] \subset [-\frac{3}{2}, 0] \Rightarrow [-1, 0] \Rightarrow \text{نزولی}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷

$$f(4x^2 - 4x + 1) = 2x - 2\sqrt{2} \rightarrow f((2x-1)^2) = 2x - 1 + 1 - 2\sqrt{2}$$

$$\xrightarrow{(2x-1)^2=t} f(t) = \sqrt{t} + 1 - 2\sqrt{2} \rightarrow f(1) = \sqrt{1} + 1 - 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2} + 1 - 2\sqrt{2} = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸ می دانیم که $a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)$ است.

$$f(x - \frac{1}{x}) = x^3 - \frac{1}{x^3} \rightarrow f(x - \frac{1}{x}) = (x - \frac{1}{x})^3 + 3(x)(\frac{1}{x})(x - \frac{1}{x})$$

$$\rightarrow f(x - \frac{1}{x}) = (x - \frac{1}{x})^3 + 3(x - \frac{1}{x})$$

$$\xrightarrow{x - \frac{1}{x} = t} f(t) = t^3 + 3t \rightarrow f(x) = x^3 + 3x$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۹ تابع خطی f را به صورت $f(x) = ax + b$ نشان می دهند.

$$f(\frac{2}{x}) + f(x) = \frac{-2x^2 + 8x - 4}{3x} \rightarrow \frac{2a}{x} + b + ax + b = \frac{-2x^2 + 8x - 4}{3x}$$

$$\rightarrow \frac{2a + bx + ax^2 + bx}{x} = \frac{-2x^2 + 8x - 4}{3x} \rightarrow \frac{3ax^2 + 6bx + 2a}{3x} = \frac{-2x^2 + 8x - 4}{3x}$$

$$\rightarrow \begin{cases} 3a = -2 \rightarrow a = -\frac{2}{3} \\ 6b = 8 \rightarrow b = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\text{پس } f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{4}{3} \rightarrow f(-\frac{1}{2}) = \frac{1}{3} + \frac{4}{3} = \frac{5}{3}$$

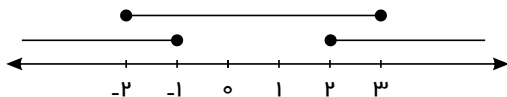
۱ ۲ ۳ ۴ ۳۰ ابتدا x ها را از کوچک به بزرگ مرتب می کنیم.

$$f : \{(-4, 2), (3, m^2 - m), (4, m^2 - m), (5, 6)\}$$

می دانیم در تابع صعودی اگر $x_1 < x_2$ باشد آن گاه $f(x_1) \leq f(x_2)$ است پس:

$$2 \leq m^2 - m \leq 6 \rightarrow \begin{cases} m^2 - m \geq 2 \rightarrow m^2 - m - 2 \geq 0 \rightarrow (m-2)(m+1) \geq 0 \\ \text{تعیین علامت} \\ \rightarrow m \leq -1 \text{ یا } m \geq 2 \quad (I) \\ m^2 - m \leq 6 \rightarrow m^2 - m - 6 \leq 0 \rightarrow (m-3)(m+2) \leq 0 \\ \text{تعیین علامت} \\ \rightarrow -2 \leq m \leq 3 \quad (II) \end{cases}$$

از اشتراک جواب های (I) و (II) داریم:



$$\rightarrow m \in [-2, 3] \cap [-1, 2]$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴

۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴

۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴

۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴